

июль 2016 г.

1. Однородный стержень длиной  $L$  подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси  $A$ . Определить максимальный угол, на который отклонится стержень при попадании в него кусочка пластилина массой  $m$ . Считать, что он летит горизонтально, перпендикулярно оси  $A$ , со скоростью  $v$  и прилипает к нижнему концу стержня. Масса стержня  $M = 9m$ . Угол отклонения стержня меньше  $90^\circ$ .



2. Часть закрытого сосуда занимает вода при температуре  $T=300$  К. Найти относительное изменение плотности насыщенного пара при увеличении температуры на 3 К. Удельная теплота испарения воды при этих условиях  $\lambda = 2430$  Дж/г. Пар считать идеальным газом.
3. По шару радиусом  $R$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  равномерно по объёму распределён заряд  $Q$ . Найти напряжённость электрического поля на расстоянии  $R/2$  от центра шара и энергию электростатического поля, создаваемого шаром.
4. Последовательно соединённые дроссель и резистор присоединены к источнику постоянного тока с ЭДС  $\mathcal{E}$ . Полное омическое сопротивление цепи равно  $R$ . Индуктивность дросселя, когда в него вставлен сердечник, равна  $L_1$ . Индуктивность того же дросселя без железного сердечника равна  $L_2$ . Вначале сердечник был вставлен. В момент времени  $t = 0$ , когда ток в цепи уже установился, очень быстро вынимают железный сердечник. Определить зависимость тока в цепи от времени  $t$  для  $t > 0$ .
5. На дифракционную решётку нормально падает пучок света от газоразрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию (найти длину волны) в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия ( $\lambda_1 = 670$  нм) спектра второго порядка.

## Решение

1. Из закона сохранения момента импульса:  $I\omega = mvL$ .

$$\text{Здесь } I = \frac{ML^2}{3} + mL^2 = 4mL^2. \text{ Следовательно, } \omega = \frac{v}{4L}.$$

Из закона сохранения энергии:

$$\begin{aligned} I \frac{\omega^2}{2} &= Mg \frac{L}{2} (1 - \cos\varphi_{max}) + mgL(1 - \cos\varphi_{max}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4mL^2 \left(\frac{v}{4L}\right)^2 = 11mgL(1 - \cos\varphi_{max}). \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \cos\varphi_{max} = 1 - \frac{v^2}{44gL}.$$

2. Из уравнения Менделеева – Клапейрона:  $P = \rho RT/\mu$ .

$$\text{Следовательно } \Delta P = RT\Delta\rho/\mu + \rho R\Delta T/\mu \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta T}{T}.$$

$$\text{Из уравнения Клапейрона – Клаузиуса: } \frac{\Delta P}{\Delta T} = \frac{\lambda}{T(v_n - v_{жс})}.$$

Здесь  $v_n = \frac{RT}{\mu P}$  – удельный объём пара.

Пренебрегая удельным объёмом жидкости  $v_{жс}$  по сравнению с  $v_n$ , получим:

$$\frac{\Delta P}{\Delta T} = \frac{\lambda\mu P}{RT^2} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{\lambda\mu}{RT} \left(\frac{\Delta T}{T}\right). \text{ Ответ: } \frac{\Delta\rho}{\rho} = \left(\frac{\lambda\mu}{RT} - 1\right) \frac{\Delta T}{T} = 0,17.$$

3. По теореме Гаусса внутри шара электрическая индукция  $D = \frac{Q}{R^3}r$ .

$$1) \text{ Так как } E = \frac{D}{\varepsilon}, \text{ то } E(R/2) = \frac{Q}{2\varepsilon R^2}.$$

$$2) \text{ Внутри шара: } W_{эл1} = \int_0^R \frac{E \cdot D}{8\pi} 4\pi r^2 \cdot dr = \frac{Q^2}{2\varepsilon R^6} \int_0^R r^4 dr = \frac{Q^2}{10\varepsilon R}.$$

$$\text{Вне шара: } W_{эл2} = \int_R^\infty \frac{E \cdot D}{8\pi} 4\pi r^2 \cdot dr = \frac{Q^2}{2} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{2R}$$

$$\text{Полная энергия: } W_{эл} = W_{эл1} + W_{эл2} = \frac{Q^2}{2R} \left(1 + \frac{1}{5\varepsilon}\right).$$

4. До извлечения сердечника из дросселя ток в цепи равен  $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R}$ .

После извлечения сердечника зависимость тока в цепи  $I$  от времени описывается законом Кирхгоффа:  $\mathcal{E} = IR + L_2 \frac{dI}{dt}$  с начальными данными

$$I(t=0) = I_2 = I_1 \frac{L_1}{L_2}, \text{ так как сразу после извлечения сердечника магнитный}$$

поток через сечение дросселя не меняется, и ток скачком возрастает от значения  $I_1$  до  $I_2$  (поток  $L_1 I_1 = L_2 I_2 = \text{const}$ ). Интегрируя уравнение

$$\frac{dI}{dt} + I \frac{R}{L_2} = \frac{\mathcal{E}}{L_2}, \text{ получим: } I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left[ 1 + \frac{L_1 - L_2}{L_2} \exp\left(-\frac{Rt}{L_2}\right) \right].$$

$$d\sin\varphi = 2\lambda_1 \text{ и } d\sin\varphi = 3\lambda_2. \text{ Следовательно, } \lambda_2 = \frac{2}{3}\lambda_1 \approx 447 \text{ нм}$$

## Инструкция для проверяющих

За каждую задачу выставляется баллы согласно следующим критериям:

<b>1</b>	Задача решена верно: приведено обоснованное решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке величины.
<b>0,8</b>	Ход решения задачи в целом верен и получены ответы на все вопросы задачи, но решение содержит вычислительные или логические ошибки (арифметические ошибки, влияющие на порядок величины; ошибки в размерности; незначительные ошибки в выкладках; ошибка в знаке величины; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства и т.п.)
<b>0,5</b>	Задача не решена или решена частично, но все необходимые для решения физические законы сформулированы и корректно применены к задаче. При этом есть исходная система уравнений, выкладки начаты, но не доведены до конца, либо содержат грубые ошибки.
<b>0,2</b>	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении: использованы физические законы, на основе которых задача может быть решена, однако допущены ошибки на этапе составления исходной системы.
<b>0</b>	Задача не решена: основные физические законы перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче; подход к решению принципиально неверен; решение задачи не соответствует условию; попытки решить задачу не было.

Оценка за работу равна удвоенной сумме баллов по всем задачам, округленной до ближайшего целого (десятибалльная система).

Итоговая оценка за письменную работу:

10, 9, 8 баллов – отлично,

7, 6, 5 баллов – хорошо,

4, 3 балла – удовлетворительно,

2, 1, 0 баллов – неудовлетворительно.

Министерство образования и науки Российской Федерации

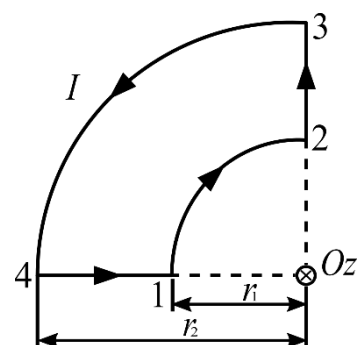
ФГАОУ ВО «МФТИ (ГУ)»

Экзамен для переводников и восстанавливающихся на пятый семестр

июль 2017 г.

1. Найти скорость центра масс сплошного цилиндра, который скатывается с нулевой начальной скоростью с шероховатой наклонной плоскости без проскальзывания. При этом положение центра масс цилиндра по вертикали уменьшается на  $H$ . Наклонная плоскость плавно переходит на горизонтальную поверхность.
2. Жидкость плотности  $\rho$  в хорошо смачиваемом ею капилляре поднимается на высоту  $h$ . Найти давление в жидкости на высоте  $h/3$ , если сосуд с капилляром находится под вакуумом.

3. Плоский конденсатор с обкладками в виде круглых дисков радиуса  $R$  заполнен немагнитной слабо проводящей средой. Через конденсатор протекает постоянный ток  $I$ . Найти индукцию магнитного поля на расстоянии  $r \leq R$  от оси конденсатора.



4. На рисунке изображен замкнутый контур, по которому протекает постоянный ток  $I$ . Найти индукцию  $B$  магнитного поля в точке  $O$ .

5. Зонная пластинка содержит 10 прозрачных нечётных зон Френеля. Найти отношение интенсивности света в фокусе пластинки к интенсивности плоской световой волны, падающей на пластинку.

## Решение

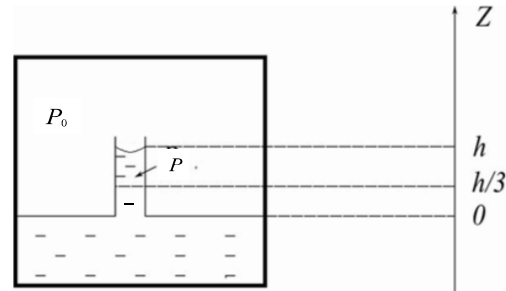
$$1. \quad mgH = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \quad (1)$$

$$V = \omega R \quad (2)$$

$$\text{Из (1), (2): } V^2 \left( m + \frac{I}{R^2} \right) = 2mgH \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \frac{I}{mR^2}}} = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \frac{mR^2/2}{mR^2}}} = \sqrt{\frac{4gH}{3}}$$

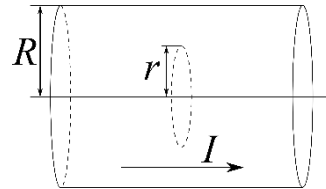
$$2. \quad P_0 = 0; \quad P + \frac{g\rho h}{3} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = -\frac{g\rho h}{3}$$



3. По теореме о циркуляции вектора  $\vec{B}$ :

$$B \cdot 2\pi r = \frac{4\pi}{c} I \frac{r^2}{R^2} \Rightarrow B = \frac{2Ir}{cR^2}$$



4. Элементы 2-3 и 4-1 не создают магнитное поле в точке O.

$$\text{Элемент 1-2: } B_{1z} = \frac{1}{c} \cdot \frac{I \left( \frac{1}{4} 2\pi r_1 \right) r_1}{r_1^3} = \frac{\pi I}{2c r_1} \quad (1)$$

$$\text{Элемент 3-4: } B_{2z} = -\frac{\pi I}{2c r_2} \quad (2)$$

$$\text{Из (1), (2): } B = B_z = B_{1z} + B_{2z} = \frac{\pi I}{2c} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

5. Амплитуда световой волны в фокусе пластинки:

$$A = 10A_1 = 20A_0; \quad (A_1 = 2A_0, \quad A_0 - \text{амплитуда волны без пластинки}).$$

$$\frac{I}{I_0} = \left( \frac{A}{A_0} \right)^2 = 20^2 = 400$$

## Инструкция для проверяющих

За каждую задачу выставляется баллы согласно следующим критериям:

<b>1</b>	Задача решена верно: приведено обоснованное решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке величины.
<b>0,8</b>	Ход решения задачи в целом верен и получены ответы на все вопросы задачи, но решение содержит вычислительные или логические ошибки (арифметические ошибки, влияющие на порядок величины; ошибки в размерности; незначительные ошибки в выкладках; ошибка в знаке величины; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства и т.п.)
<b>0,5</b>	Задача не решена или решена частично, но все необходимые для решения физические законы сформулированы и корректно применены к задаче. При этом есть исходная система уравнений, выкладки начаты, но не доведены до конца, либо содержат грубые ошибки.
<b>0,2</b>	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении: использованы физические законы, на основе которых задача может быть решена, однако допущены ошибки на этапе составления исходной системы.
<b>0</b>	Задача не решена: основные физические законы перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче; подход к решению принципиально неверен; решение задачи не соответствует условию; попытки решить задачу не было.

Оценка за работу равна удвоенной сумме баллов по всем задачам, округленной до ближайшего целого (десятибалльная система).

Итоговая оценка за письменную работу:

10, 9, 8 баллов – отлично,

7, 6, 5 баллов – хорошо,

4, 3 балла – удовлетворительно,

2, 1, 0 баллов – неудовлетворительно.